

## Zadanie 14.

# Smok Heighwaya

### Matura 2009. Poziom rozszerzony

*Wykorzystane funkcje:* LOS, JEŻELI

*Wykorzystane narzędzia:* formuły, funkcje, wykres

*Poziom trudności:* 4/5

## Treść zadania

Poniższe dwa układy równań liniowych, zastosowane w losowej kolejności wielokrotnie (przynajmniej kilka tysięcy razy) do przekształcania współrzędnych punktu  $(x, y)$ , generują ciekawy obraz, znany jako smok Heighwaya. Zmienne  $x'$  i  $y'$  oznaczają nowe wartości współrzędnych  $x$  i  $y$ .

$$\begin{cases} x' = -0,4 * x - 1 \\ y' = -0,4 * y + 0,1 \end{cases} \quad \begin{cases} x' = 0,76 * x - 0,4 * y \\ y' = 0,4 * x + 0,76 * y \end{cases}$$

Do wygenerowania obrazu smoka Heighwaya może posłużyć następujący algorytm:

1. Przyjmij dowolne wartości początkowe  $x$  i  $y$ .
2. Powtórz wielokrotnie (przynajmniej kilka tysięcy razy) następujące kroki:
  - a) Wybierz losowo z jednakowym prawdopodobieństwem jeden z dwóch podanych układów równań.
  - b) Oblicz  $x'$  i  $y'$ , stosując wybrany układ równań.
3. Zaznacz na wykresie kolejno wyznaczone punkty  $(x, y)$ .

Zaczynając od  $x = 1$  i  $y = 1$  i wybierając za każdym razem losowo jeden z dwóch podanych układów równań, oblicz pierwsze 5000 wartości  $x$  i  $y$  z kolejnych iteracji. Na podstawie swoich obliczeń sporządź obraz smoka Heighwaya. Pomiń wyniki ze 100 pierwszych iteracji.

# Rozwiązanie

## Przygotowywanie danych

1. Aby wykonać zadanie, potrzebne są wartości  $x$  oraz  $y$ . Wartości te należy ponumerować. Aby obliczyć współrzędne kolejnego punktu, należy wybrać jeden z dwóch układów równań. W tym celu zostanie wylosowana liczba losowa z przedziału od 0 do 1. Jeżeli liczba ta będzie mniejsza od 0,5, nowe wartości będą obliczane na podstawie pierwszego układu równań; jeżeli tak nie będzie, nowe wartości będą obliczane na podstawie drugiego układu. W pierwszym wierszu wpisz nazwy kolejnych kolumn:
  - ◆  $A1$ :  $n$  — numer kolejnej obliczanej wartości;
  - ◆  $B1$ :  $x$  — współrzędna  $x$ ;
  - ◆  $C1$ :  $y$  — współrzędna  $y$ ;
  - ◆  $D1$ :  $los$  — liczba losowa.
2. Kolumnę  $A$  należy wypełnić kolejnymi liczbami od 1 do 5000. Wpisz do komórki  $A2$  wartość 1, a do komórki  $A3$  wartość 2. Zaznacz obydwie komórki i przeciągnij je w dół aż do uzyskania wartości 5000 (komórka  $A5001$ ).
3. Pierwsze wartości  $x$  oraz  $y$  są podane w treści zadania. Wpisz do komórek  $B2$  i  $C2$  wartości początkowe, czyli 1.
4. Liczby te należy przekształcić według wzorów podanych w jednym z układów równań. Aby wylosować jeden z układów, wstaw do komórki  $D2$  funkcję  $LOS$ , która nie posiada żadnych parametrów.

	A	B	C	D	E
1	$n$	$x$	$y$	$los$	
2	1	1	1	$=LOS()$	
3	2				
4	3				
5	4				

Jeżeli wylosowana wartość będzie mniejsza od 0,5, wykorzystane zostaną wzory z pierwszego układu równań; jeżeli nie, to z drugiego układu.

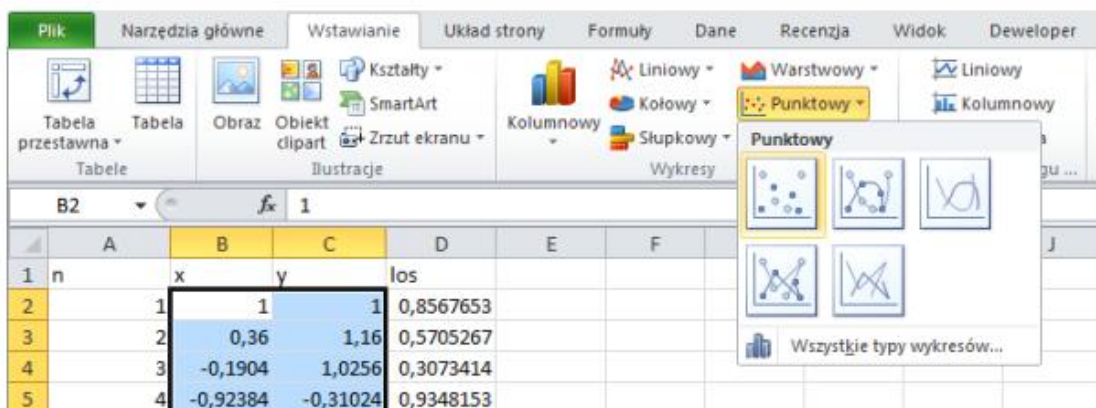
5. Ponieważ wartość  $x$  może być wyliczana na dwa różne sposoby, wstaw do komórki  $B3$  funkcję  $JEŻELI$ . Jako *test\_logiczny* wpisz  $D2 < 0,5$ . Jeżeli warunek ten jest spełniony, należy obliczyć  $x$  z pierwszego układu równań. Jako *wartość\_jeżeli\_prawda* wpisz  $-0,4*B2-1$ . Jeżeli *test\_logiczny* nie jest spełniony, należy wykorzystać wzór z drugiego układu równań. Jako *wartość\_jeżeli\_fałsz* wpisz  $0,76*B2-0,4*C2$ . Wpisz w komórce  $B3$  to  $=JEŻELI(D2 < 0,5; -0,4*B2-1; 0,76*B2-0,4*C2)$ .
6. W analogiczny sposób należy obliczyć współrzędną  $y$ . Wstaw do komórki  $C3$  funkcję  $JEŻELI$ . Jako *test\_logiczny* wpisz  $D2 < 0,5$ . *wartość\_jeżeli\_prawda* to  $-0,4*C2+0,1$ . Ostatni parametr, czyli *wartość\_jeżeli\_fałsz*, to  $0,4*B2+0,76*C2$ . Cały wpis to  $=JEŻELI(D2 < 0,5; -0,4*C2+0,1; 0,4*B2+0,76*C2)$ .

7. Aby obliczyć kolejne wartości i wylosować liczby, na podstawie których należy wybrać układ równań, zaznacz komórki od B3 do D3 i przeciągnij je dla pozostałych wartości  $n$  (do wiersza o numerze 5001) bądź kliknij dwukrotnie w prawym dolnym rogu zaznaczenia.

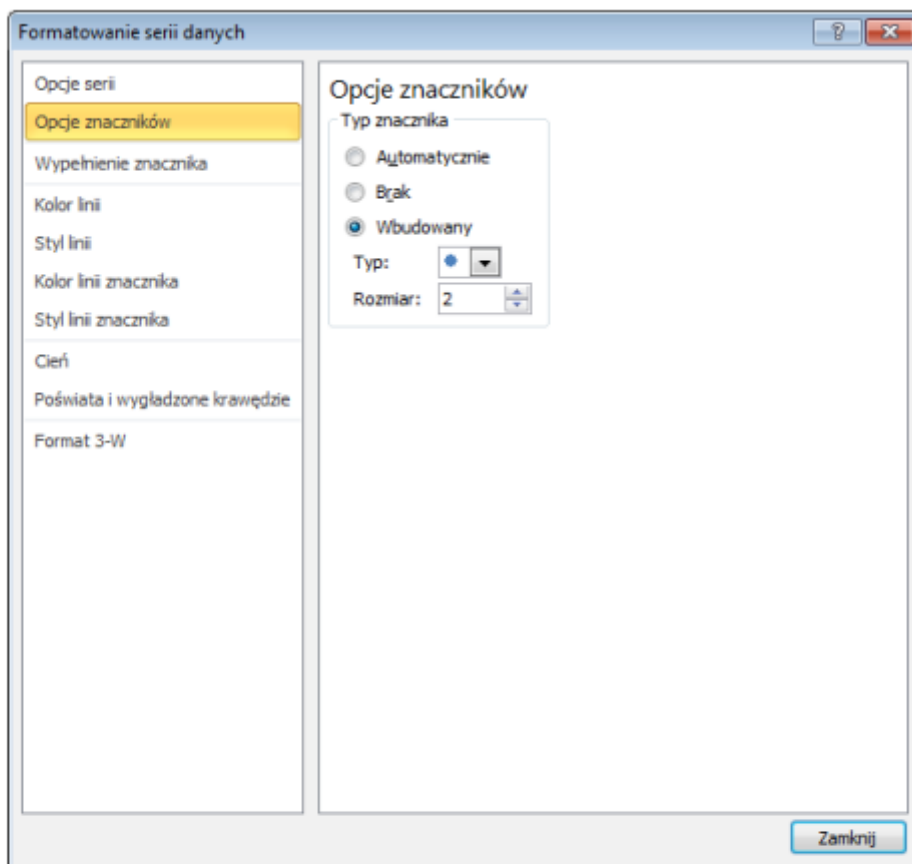
	A	B	C	D
1	n	x	y	los
2		1	1	1 0,8567653
3		2	0,36	1,16 0,5705267
4		3	-0,1904	1,0256 0,3073414
5		4	-0,92384	-0,31024 0,9348153
6		5	-0,578022	-0,6053184 0,6042385
7		6	-0,19717	-0,6912509 0,2766657
8		7	-0,921132	0,3765004 0,9380655
9		8	-0,850661	-0,0823126 0,2648249
10		9	-0,659736	0,132925 0,0063538

## Wykres

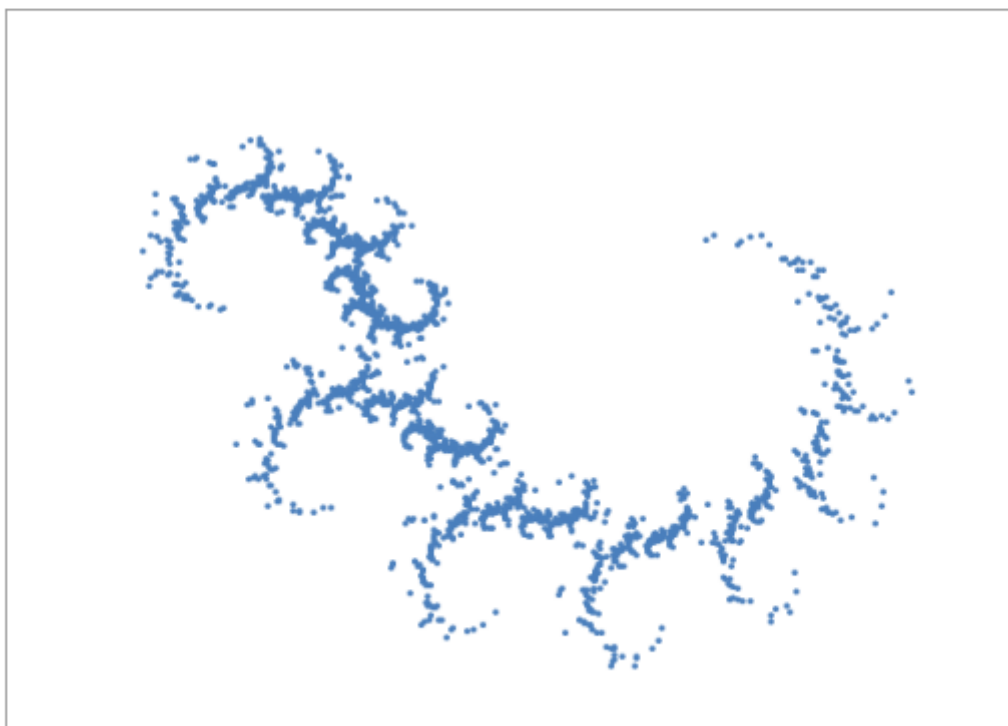
- Wykres należy utworzyć, pomijając 100 pierwszych wartości.
  - Zaznacz komórki od B102 do C5001.
  - Na karcie *Wstawianie* wybierz kategorię wykresu *Punktowy*, a następnie typ wykresu *Punktowy tylko ze znacznikami*.



- Aby sformatować wykres:
  - Usuń legendę, linie siatki oraz osie. W tym celu po zaznaczeniu wybranego elementu wciśnij klawisz *Delete*.
  - Kliknij prawym przyciskiem myszy wybrany punkt wykresu i wybierz *Formatuj serię danych*.
  - W oknie dialogowym *Formatowanie serii danych* na karcie *Opcje znacznika* zaznacz *Typ znacznika: Wbudowany*. Na tej samej karcie ustaw kształt znacznika (opcja *Typ*) na koło i wielkość znacznika (*Rozmiar*) na 2.



d) Zatwierdź zmiany przyciskiem *OK*.



## Zadanie dodatkowe

Oblicz środek masy smoka, czyli średnie wartości  $x$  i  $y$  z zaokrągleniem do jednej cyfry dziesiętnej po przecinku. Przy obliczaniu średnich pomiń wyniki ze 100 pierwszych iteracji.

Oblicz rozmiary powstałego smoka, czyli podaj (z zaokrągleniem do jednej cyfry dziesiętnej po przecinku) minimalne i maksymalne wartości  $x$  oraz  $y$ . Pomiń wyniki uzyskane w pierwszych 100 iteracjach obliczeń.